

# Laplace 平滑变换及其在人脸识别中的应用

顾岁成<sup>①②</sup>, 谭莹<sup>①②\*</sup>, 何新贵<sup>①②</sup><sup>①</sup> 北京大学机器感知与智能教育部重点实验室, 北京 100871<sup>②</sup> 北京大学信息科学技术学院智能科学系, 北京 100871

\* 通信作者. E-mail: ytan@pku.edu.cn

收稿日期: 2009-07-04; 接受日期: 2010-04-01

国家自然科学基金 (批准号: 60673020, 60875080) 和国家高技术研究发展计划 (批准号: 2007AA01Z453) 资助项目

**摘要** 本文主要研究如何从最优化的角度出发, 从图像中提取低频特征. 首先, 基于图像的局部梯度定义了一种图像频率, 并基于这种定义, 诱导出 Laplace 平滑变换 (LST), 将二维图像映射到一维的向量. 然后, 将 LST 与学习算法相结合, 提出二步子空间学习算法. 所提的基于 LST 的二步子空间方法, 对于光照、表情、姿势具有鲁棒性. 实验表明, 在 ORL, Yale 和 FERET 人脸数据库上, 基于 LST 的人脸识别算法, 相对 DCT, DWT 和 PCA 等预处理算法, 具有更小的识别误差.

**关键词** Laplace 平滑变换 人脸识别 主分量分析 余弦变换 小波变换 线性判别分析

## 1 引言及相关工作

近年来, 大量人脸识别的算法被不断提出<sup>[1]</sup>. 尽管如此, 要让机器在不同环境下准确的认出确定的人脸仍旧非常困难<sup>[2]</sup>. 一般说来, 人脸识别的研究大致分为两个方向, 基于人脸局部的方法和基于整体的方法<sup>[3]</sup>: 1) 基于局部的方法, 通过检测人脸的局部的特征如眼睛、鼻子、嘴唇等及它们的相对位置; 2) 整体的方法是基于人脸整体信息的模板匹配的方法.

自从主成份分析 (principal component analysis, PCA) 广泛应用于人脸识别后, 整体人脸识别方法得到更多的支持<sup>[4-6]</sup>. 另外一个著名的方法是 Fisherface. Fisherface 引入了线性判别分析 (linear discriminant analysis, LDA)<sup>[7]</sup>, 并将其与 PCA 有效地结合起来<sup>[8]</sup>. 为了处理非线性问题, 线性 PCA 和线性 LDA 分别可以扩展到其非线性的形式<sup>[9]</sup>.

在 2000 年后, 可以保存局部信息的流形方法被引入人脸识别. 其中, 引起大家关注的一些方法有局部保存映射 (locality preserving projection, LPP)<sup>[10]</sup>、边界 Fisher 分析 (marginal Fisher analysis, MFA)<sup>[11]</sup> 和局部判别嵌入 (local discriminant embedding, LDE)<sup>[12]</sup> 等.

尽管如此, 基于统计的方法和基于流形的方法至少存在两点不足: (1) 这些方法随着图像尺寸的变大和训练样本的增多, 其时间和空间消耗会变得异常复杂. 因此, 通常需要将很大的图像缩小成一个很小的图像, 再进行训练. 而这种压缩, 可能会损失图像本身的很多有用信息. (2) 这些方法将每幅图像只看成训练样本空间中的一个点, 并认为图像本身的各分量是相互独立的, 而一个人脸图像通常是高度相关的.

在最近 10 年, 离散余弦变换 (discrete cosine transform, DCT) 和离散小波变换 (discrete wavelet transform, DWT) 被很多人引入人脸识别, 将图像从空域转换到其频域<sup>[13-15]</sup>. 以 DCT 为例, 其相对 PCA 有至少两个优势. 首先, DCT 是数据无关的方法, 在有新的样本加入时, 不需要再进行训练. 其次, DCT 有快速算法. 将 LDA 引入后, 与 DCT 相结合, 可以得到更好的识别效果<sup>[16]</sup>. Er<sup>[17]</sup> 提出了一种快速的 RBF 网络方法, 在 LDA 和 DCT 的基础上进行分类, 可以得到更好的结果. 尽管如此, DCT 和 DWT 并不是一个最优化的方法, 它们只是由本来的图像压缩方法引申而来.

那么, 怎样找出一种优化的频率变换方法呢? 要回答这个问题需要知道, 什么是图像的频率. 而频率又和图像连续性、局部梯度等是高度相关的. 直观上, 如果图像的局部梯度小, 那么它就更平滑, 就有更低的频率.

本文首先通过局部梯度来定义图像的频率. 然后, 由这种图像频率的定义诱导出 Laplace 平滑变换 (Laplacian smoothing transform, LST). 然后, 将 LST 与学习算法相结合, 提出二步子空间学习算法.

## 2 频率的定义

### 2.1 从局部梯度到频率

在 Webster 新版大辞典中, 频率被定义为“周期函数在单位自变量内重复的次数”. 那么局部梯度和频率有什么关联呢? 首先看一个简单的例子, 给定一个周期函数

$$f(x) = \alpha \sin(Tx), \quad x \in [0, 2\pi], \quad (1)$$

其中正整数  $T$  表示函数  $f$  的频率,  $\alpha \neq 0$ .

$f(x)$  的梯度 (即一阶微分) 为

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial x} = \alpha T \cos(Tx). \quad (2)$$

由

$$\sin^2(Tx) = \frac{1 - \cos(2Tx)}{2}, \quad \cos^2(Tx) = \frac{1 + \cos(2Tx)}{2}, \quad (3)$$

我们有

$$\int_0^{2\pi} f^2(x) dx = \int_0^{2\pi} \alpha^2 \sin^2(Tx) dx = \alpha^2 \pi, \quad (4)$$

$$\int_0^{2\pi} (\nabla f)^2 dx = \int_0^{2\pi} \alpha^2 T^2 \cos^2(Tx) dx = \alpha^2 T^2 \pi. \quad (5)$$

因此,  $f(x)$  的频率, 即  $T$ , 可以由下式获得

$$\frac{[\int_0^{2\pi} (\nabla f)^2 dx]^{\frac{1}{2}}}{[\int_0^{2\pi} f^2(x) dx]^{\frac{1}{2}}} = T. \quad (6)$$

### 2.2 函数频率

$[\mathcal{H}^d]$ :  $\mathcal{H}^d = ([0, 1]^d, \langle \cdot, \cdot \rangle)$  定义为关于  $d$  元连续函数的 Hilbert 空间, 其中内积定义为

$$\langle f, g \rangle = \int_{[0, 1]^d} f(x)g(x) dx, \quad \forall f, g \in C^1([0, 1]^d). \quad (7)$$

$[H^d]$ :  $\Omega^d = L_1 \times L_2 \times \cdots \times L_d$ ,  $L_i = \{0, 1, 2, \dots, T_i - 1\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, d$ ,  $T_i$  为自然数,  $H^d = (\Omega^d, \langle \cdot, \cdot \rangle)$  是关于离散函数的 Hilbert 空间, 其中内积定义为

$$\langle f, g \rangle = \sum_{x \in \Omega^d} f_x g_x, \quad \forall f, g: \Omega^d \rightarrow R. \quad (8)$$

注  $[H^d]$  函数  $f \in H^1$  可看成长度为  $T_1$  的向量,  $f \in H^2$  可看成  $T_1 \times T_2$  的矩阵.

[范数]:  $f \in \mathcal{H}^d$  或  $f \in H^d$  的范数可定义为

$$\|f\| = \sqrt{\langle f, f \rangle}. \quad (9)$$

[单位函数]: 如果函数  $f \in \mathcal{H}^d$  或  $f \in H^d$  满足  $\|f\| = 1$ , 那么函数  $f$  是一个单位函数.

[梯度]: 函数  $f \in \mathcal{H}^d$  或  $f \in H^d$  在点  $x$  的梯度可定义为

$$\nabla f_x = \frac{\partial f}{\partial x} = \left( \frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_d} \right), \quad (10)$$

其中  $x = (x_1, x_2, \dots, x_d)$ ,

$$x_i \in \begin{cases} [0, 1], & f \in \mathcal{H}^d, \\ \{0, 1, \dots, T_i - 1\}, & f \in H^d. \end{cases}$$

给定了函数的梯度定义, 函数频率的定义如下.

[频率]:  $f \in \mathcal{H}^d$  或  $f \in H^d$  的频率可定义为

$$Fr(f) = \frac{\|\nabla f\|}{\|f\|}. \quad (11)$$

频率定义满足如下性质: 1)  $Fr(\alpha f) = Fr(f)$ ,  $\forall \alpha \neq 0$ . 2) 如果  $f$  是单位函数, 则  $Fr(f) = \|\nabla f\|$ .

### 3 Laplace 平滑变换 (LST)

为叙述方便, 我们首先定义算子符号  $[\cdot, \cdot]$ .

注 长度为  $MN$  的向量  $v$  可表示为  $v(i * N + j)$ , 其中  $i = 0, 1, \dots, M - 1$ ,  $j = 0, 1, \dots, N - 1$ . 进一步可表示为  $v([i, j]) = v(i * N + j)$ , 其中算子  $[\cdot, \cdot]$  定义为

$$[i, j] = i * N + j. \quad (12)$$

一个  $MN \times MN$  的矩阵  $L_{MN}$  可表示为  $A(i * N + j, i' * N + j')$ , 其中  $i, i' = 0, 1, \dots, M - 1$ ,  $j, j' = 0, 1, \dots, N - 1$ . 进一步, 可表示为

$$A([i, j], [i', j']) = A(i * N + j, i' * N + j'). \quad (13)$$

大小为  $M \times N$  数字图像  $f(i, j)$  可以看成是一个长度为  $MN$  列向量  $f([i, j])$ .

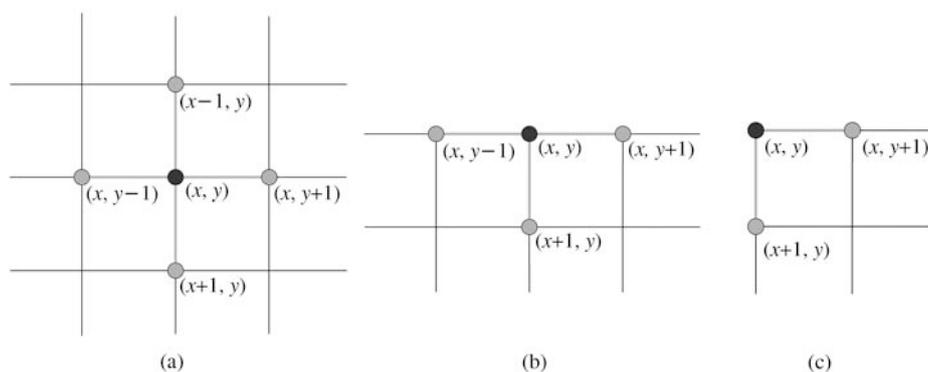


图 1 4 近邻结构. 一个内点  $(x, y)$  有 4 邻点, 一个边点有 3 个邻点, 一个角点有 2 个近邻

Figure 1 The 4-neighbor structure. An inner point  $(x, y)$  has 4 neighbors, a point on an edge has 3 neighbors, a corner point has 2 neighbors

### 3.1 Laplace 矩阵及其性质

假设  $f([i, j])$  为  $M \times N$  的单位图像, 其频率的平方可写成

$$Fr^2(f)_{\|f\|=1} = \sum_{i=0}^{M-2} \sum_{j=0}^{N-1} [f([i+1, j]) - f([i, j])]^2 + \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-2} [f([i, j+1]) - f([i, j])]^2.$$

显然, 式 (14) 是  $f$  的二次多项式, 因此可以用紧致形式表示为

$$Fr^2(f)_{\|f\|=1} = f^T L_{MN} f, \quad (15)$$

其中  $L_{MN}$  是  $MN \times MN$  的矩阵, 称为  $M \times N$  图像的 Laplace 矩阵.

**引理 1** 假设  $L_{MN} = L([i, j], [i', j'])$ , 其中  $i, i' = 0, 1, \dots, M-1, j, j' = 0, 1, \dots, N-1$ , 是式 (15) 中的 Laplace 矩阵, 那么

$$L([i, j], [i', j']) = \begin{cases} -1, & \text{当 } |i - i'| + |j - j'| = 1, \\ n, & \text{当 } i = i', j = j', \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \quad (16)$$

其中  $n$  是点  $(i, j)$  的邻点的数目. 图 1 是这篇文章所用的 4 邻域结构.

**证明** 参照式 (14), 可以直接得到式 (16).

下面给出 Laplace 矩阵  $L_{MN}$  的几条性质:

- 参照引理 1,  $L_{MN}$  是一个稀疏矩阵, 有  $5MN - 2M - 2N$  个非零元素.
- 参照式 (14) 和 (15),  $L_{MN}$  是半正定矩阵, 并有一个特征值为 0.
- 给定一个  $M \times N$  大小的图像  $f([i, j])$ , 它的频率为

$$Fr(f) = \frac{\sqrt{f^T L_{MN} f}}{\|f\|}. \quad (17)$$

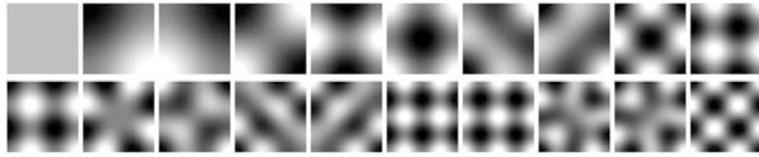


图 2 前 20 个 LST 变换的基图像, 上方从左至右依次为前 1–10 个. 每一个基图像亦可看成是长度为  $32*32=1024$  的向量, 即 Laplace 矩阵  $L_{32 \times 32}$  的一个特征向量

Figure 2 First 20 Basis images of LST, 1–10 basis are aligned in the up row. Each basis image can be regarded as a vector with length  $32*32=1024$ , which is one of the eigenvectors of the frequency matrix  $L_{32 \times 32}$

### 3.2 Laplace 平滑变换

引理 2 假设  $L_{MN}$  的  $MN$  个特征值为

$$0 = \lambda_0 < \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_{MN-1}, \quad (18)$$

对应的特征向量分别为

$$e_0, e_1, e_2, \dots, e_{MN-1}. \quad (19)$$

那么,  $Fr(e_i) \leq Fr(e_j), \forall i < j$ .

证明 参照式 (15), 有  $Fr^2(e_i) = e_i^T L_{MN} e_i = \lambda_i, Fr^2(e_j) = e_j^T L_{MN} e_j = \lambda_j$ . 由于  $i < j$ , 有  $\lambda_i \leq \lambda_j$ , 进一步  $Fr(e_i) \leq Fr(e_j)$ .

Laplace 矩阵  $L_{MN}$  的一个特征向量, 如  $e([i, j])$ , 可以看成是一个  $M \times N$  的矩阵  $e(i, j)$ . 图 2 给出了  $L_{32 \times 32}$  的前 20 个特征向量. 可以从图 2 看出, 低频的图像比高频图像更加平滑.

定义 1 Laplace 平滑变换 (LST): 让  $MN \times MN$  矩阵  $D = (e_0, e_1, e_2, \dots, e_{MN-1})$ , 其中  $\{e_k\}_{k=0}^{MN-1}$  是 Laplace 矩阵  $L_{MN}$  的特征向量. 那么,  $M \times N$  的图像  $f([i, j])$  的 Laplace 平滑变换可定义为

$$LST(f) = D^T f, \quad (20)$$

其中符号 ‘T’ 表示矩阵的转置.

定义 2 逆 Laplace 平滑变换 (ILST): 假设列向量  $g$  是图像  $f$  的频率变换, 即,  $g = LST(f)$ . 那么  $g$  的逆 Laplace 平滑变换为

$$f = ILST(g) = Dg. \quad (21)$$

参照式 (20) 和 (21), 可将任何图像  $f$  精确的变换到其频率域, 以及将频率域做逆变换到原始图像.

### 3.3 部分 Laplace 平滑变换

我们知道, 人的视觉系统对于图像的低频部分更加的敏感. 具体的讨论可参考文献 [14]. 要得到  $M \times N$  图像  $f([i, j])$  的  $k$  个低频特征, 仅需提取向量  $g$  的前  $k$  个元素, 其中  $g = LST(f)$  在式 (20) 定义. 也可以直接通过下面的步骤得到:

- 1) 通过式 (16) 建立 Laplace 矩阵  $L_{MN}$ ;
- 2) 计算  $k$  个最小的特征值, 及对应的特征向量  $\{e_i\}_{i=0}^{k-1}$ ;
- 3) 令  $D_k = (e_0, e_1, \dots, e_{k-1})$ , 那么

$$g = D_k^T f \quad (22)$$

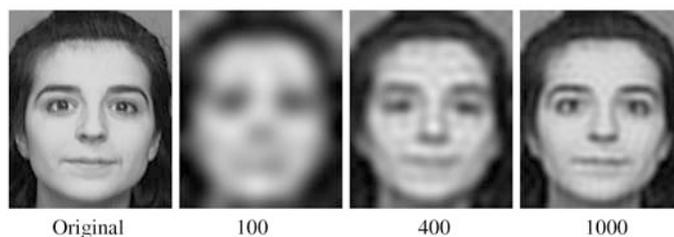


图 3 低通滤波的效果图

**Figure 3** An example of the low pass filter of the LST. The left is an original image with size of  $112 \times 92$ . The other three are the images reconstructed with  $k = 100, 400$  and  $1000$  coefficients of LST

即为图像  $f$  的  $k$  维低频特征的向量.

**定义 3** 低通滤波: 参照式 (21) 和 (22), 我们可以利用低频系数部分重构图像  $f$ :

$$f^* = D_k g = D_k D_k^T f, \quad (23)$$

其中  $D_k D_k^T$  叫做  $f$  的低通滤波.

图 3 给出了 ORL 人脸数据库的一个图像及其不同低频系数重构的图像.

### 3.4 和学习算法结合

给定  $M \times N$  的图像  $f$ , 要求其优化子空间的投影  $h_l$ , 从维 LST 系数向量映射到  $l$  维的优化子空间, 可以由下面的式子得到

$$h_l = H_{\text{opt}}^T g_k, \quad (24)$$

其中  $g_k$  由式 (22) 求得;  $H_{\text{opt}}$  是  $l \times k$  的优化矩阵, 可由下面优化问题求得

$$H_{\text{opt}} = \arg \max_H \frac{|H^T S_b H|}{|H^T S_w H|} = (H_0, H_1, \dots, H_{l-1})^T, \quad (25)$$

其中  $S_b$  和  $S_w$  分别为  $k \times k$  LST 频域上的类间和类内的散布矩阵.

一张测试图像  $f'$  可以直接变换到优化子空间上, 可以避免将图像先转换到 LST 的频域中, 如下:

$$h_l = G^T f', \quad (26)$$

其中  $G = D_k H_{\text{opt}}$  是  $l \times MN$  的矩阵.  $G$  的每一列可称为一个 “FFface”, 也可以看成一个  $M \times N$  的矩阵. 图 4 给出了 Yale 数据库上的前十个 “FFFaces”, 其中  $k = 75$ .

### 3.5 计算复杂度

对于 LST, 计算复杂度基本上是依赖于计算 Laplace 矩阵  $L_{MN}$  的  $k$  个最小的特征值和特征向量的计算复杂度. 幸运的是,  $L_{MN}$  是一个仅有  $5MN - 2M - 2N$  非 0 元素的稀疏矩阵, 因此它可以像 LLE<sup>[18]</sup> 那样有快速算法<sup>[19]</sup>. 另一方面, 这种计算仅需在训练时进行一次.

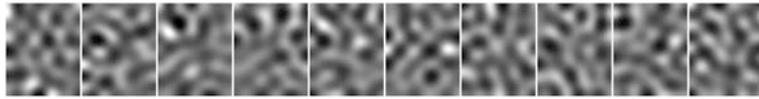


图 4 Yale 数据库得到的前 10 个 FFfaces  
Figure 4 First ten FFfaces on the Yale database



图 5 ORL 中的图像  
Figure 5 Facial images from the ORL data set



图 6 Yale 人脸数据库包含 165 张图像, 来自 15 个不同的个体  
Figure 6 The Yale Face Database contains 165 grayscale images in GIF format of 15 individuals



图 7 PIE 中的图像  
Figure 7 Facial images from the PIE data set

表 1 数据集属性

Table 1 Properties of data sets

Datasets	Samples	Classes	Size	Sample figure
ORL	400	40	112×92	Figure 5
Yale	165	15	200×160	Figure 6
PIE	11154	68	64×64	Figure 7

## 4 人脸识别中的应用

### 4.1 实验准备

为测试提出的人脸识别方法的效果, 我们在 4 个标准人脸库上做实验: 1) ORL 人脸数据库<sup>[20]</sup>(图 5); 2) Yale 人脸数据库 (图 6); 3) PIE 人脸数据库 4) FERET 人脸数据库<sup>[21]</sup>(图 7). 前 3 个数据库见表 1. ORL 人脸数据库包含 40 个人的 400 张人脸图像, 每个人有 10 张图像. 有些图像是在不同时间

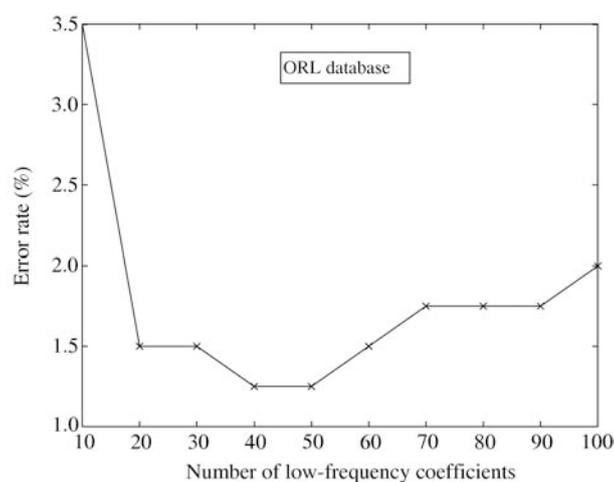


图 8 LST 选择不同数量的系数时, 在 ORL 和 Yale 两个数据库上的识别效果

Figure 8 Performance of selecting different numbers of LST coefficients

采集. 有些图像允许在 20 度以内的旋转. 进一步, 有些图像会有 10% 的尺度变化. 所有图像为灰度图, 尺寸为  $92 \times 112$ . Yale 人脸数据库包含 165 张剪切过的图像, 来自 11 个不同的人, 在表情和光照上有很大的变化. 所有图像被裁减成  $200 \times 160$  大小的图像, 图 6 给出 2 个个体的全部图像.

对于 ORL 和 Yale 人脸数据库, 选择 “leave-one-out” 方案. 在分类阶段, 我们使用最近邻方法和 Euclid 距离. 实验电脑为 Pentium IV 1.73 GHz 个人电脑, 实验平台是 Windows XP 和 Matlab 7.4.

#### 4.2 选择 LST 低频系数的识别效果

从图 8 中可以看到在 ORL 数据库选择不同数量的低频系数得到的实验结果. 从 10 个低频系数开始选择, 随着系数数量的增加, 所提供的信息就越多, 因此识别误差有所下降. 但是当低频系数达到一定数量 (50 左右) 时, 那些高频系数会带来很大的噪音, 并且频率越高对应的系数, 会带来越多的噪音. 在 ORL 数据库上, 我们从图上可以看出, 选取 50 个左右的低频系数时, 可以达到最好的识别效果.

#### 4.3 留一法测试的方法比较

在 ORL 和 Yale 数据库上实验的结果比较可分别参见图 9. 本文提出的方法要显著优于经典的识别方法和一些最新结果. 我们发现, 引入学习算法后, LST 在 ORL 和 Yale 上的识别效果均得到提高. 从以上几个实验可以总结如下: LST 和 LDA 都可以有效的提高识别率. LST 用来切断图像的高频特征带来的大量噪音, 从而提升识别率. LDA 可以将样本空间投射到一个优化的子空间. 而将两者有机结合, 可以得到更好的识别效果.

#### 4.4 PIE 数据库上 50 次随机划分的结果

由于在学习算法中, LDA 获得了最好的学习效果, 下面只选择 LDA 作为学习算法来比较 4 种预处理方法: DWT, PCA, DCT 和 LST. 表 2 给出了不同的训练样本量下的测试误差的均值及其标准差. 对每一个  $G_p/P_q$ , 我们随机将样本划分为训练集和测试集, 每个个体有  $p$  个样本训练和  $q$  个作测试.

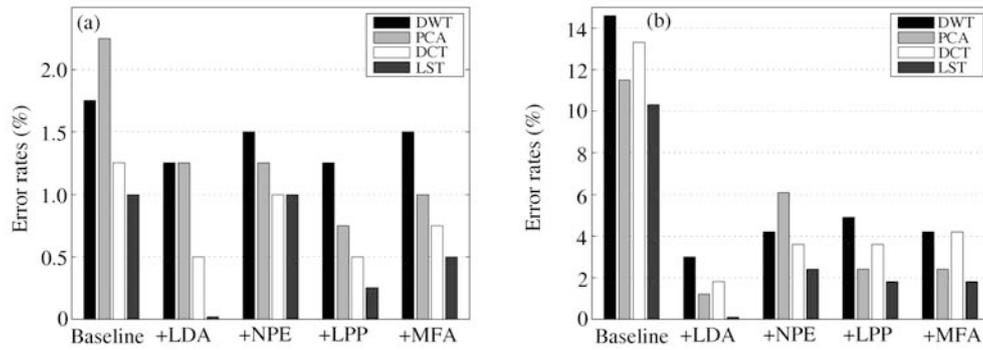


图9 在 ORL 和 Yale 数据库上使用留一法测试的比较. 其中 baseline 是指直接利用预处理方法进行比较, 没有使用进一步的学习算法. 其他四组均是二步学习算法的结果

**Figure 9** Comparison on ORL and Yale face databases. The first group of 'Baseline' evaluates the four preprocessing methods with no further learning method. The next four groups show the performances of two-step methods

表2 PIE 数据库上的结果比较

Table 2 Comparison on the PIE Database(mean±std-dev%)

Methods	G5/P165	G10/P160	G20/P150	G50/P120	G70/P100	G90/P80	G130/P40
Baseline	69.9±0.8	55.6±0.9	38.2±0.7	16.3±0.5	10.6±0.4	7.2±0.4	3.9±0.3
DWT+LDA	40.6±1.3	24.8±0.8	14.1±0.6	6.1±0.3	4.4±0.3	3.4±0.2	2.5±0.3
PCA+LDA	37.7±1.2	22.3±0.8	12.5±0.5	5.4±0.2	4.1±0.3	3.3±0.2	2.5±0.2
DCT+LDA	30.7±1.2	17.2±0.8	9.7±0.6	4.2±0.2	3.4±0.3	2.7±0.2	2.1±0.2
<b>LST+LDA</b>	<b>28.1±1.0</b>	<b>13.7±0.6</b>	<b>6.8±0.4</b>	<b>3.1±0.2</b>	<b>2.3±0.2</b>	<b>1.9±0.1</b>	<b>1.6±0.2</b>

随机重复 50 组实验, 得到测试误差的均值和标准差. 从表中可以看出, 本文提出的 LST 方法可以得到最好的识别效果.

#### 4.5 FERET 上的实验结果

本文提出的 FFfaces 方法也在 FERET 人脸数据库上做了实验 (样图见图 10). FERET 数据库包含更多的图像, 并且有不同形式的变化. 图库含有 1196 人的 1196 张图像, 作为训练样本. 表 3 列出了 4 个不同的测试子集. 我们使用科罗拉多州立大学 (CSU) 人脸识别评估系统来评价各种方法的识别效果<sup>[22]</sup>. 我们将本文提出的 LST 方法分别与 DCT 和 PCA 进行比较.

为生成累计匹配曲线 (cumulative match curve), 我们使用 Euclid 距离. 从图 11 中可以看出, 本文所提出的 LST, 要优于 DCT 和 PCA 方法.

## 5 总结及后续工作

本文首先基于图像的局部梯度信息定义了图像的频率. 从而, 基于这个定义, 提出一种新的图像频率的变换—Laplace 平滑变换 (LST). Laplace 平滑变换, 从优化的角度, 将二维的图像投影到一维的频率域. 进一步, 我们将 LST 与学习算法相结合, 提出一种二步图像子空间学习方法. 实验结果表明,



图 10 FERET 中的图像

Figure 10 Facial images from the fafc subset

表 3 FERET 四组测试子集以及其实验内容

Table 3 Four probe subsets of the FERET database

Probe subsets	Evaluation task	Number of images
Dup1	Aging of subjects	722
Dup2	Aging of subjects	234
fafb	Facial expression	1195
fafc	Illumination	194

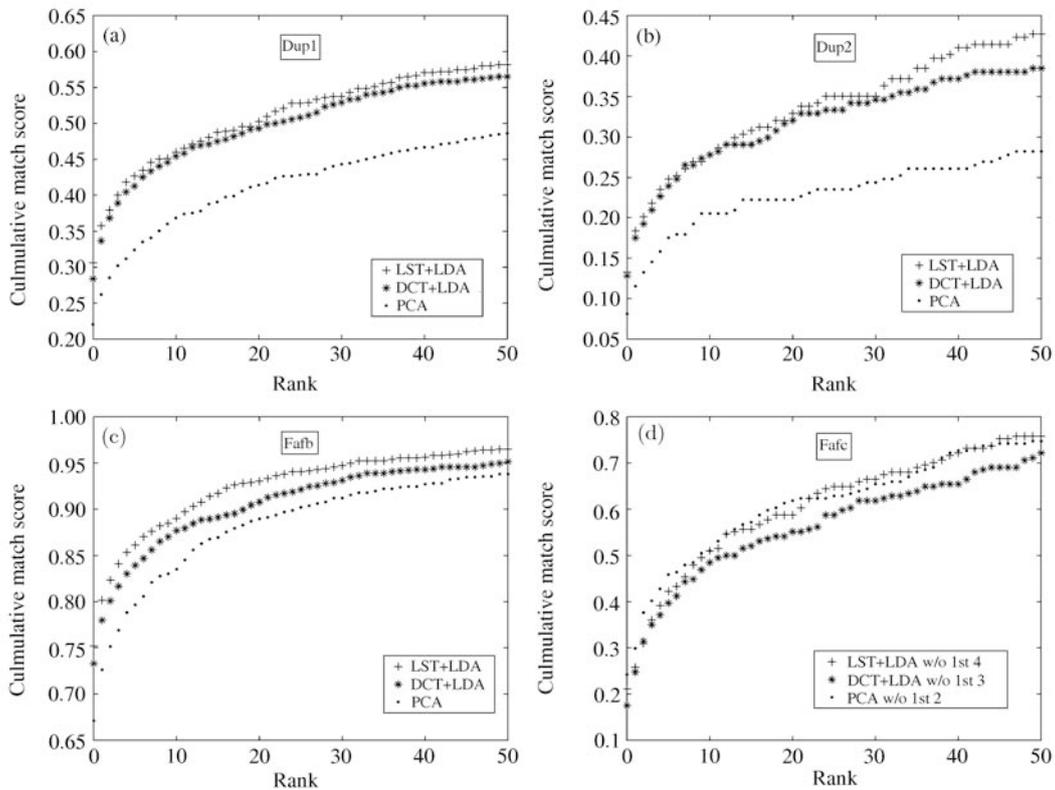


图 11 在 FERET 数据库上分别产生的 LST+LDA, DCT+LDA 和 PCA 匹配曲线

Figure 11 Cumulative match curves of LST+LDA, DCT+LDA and PCA on the FERET database

在几个标准数据库 ORL, Yale, PIE 和 FERET 人脸数据集中, LST 作为预处理方法可以得到更好的识别效果. 我们认为一个数据无关的模型 (LST) 与一种统计学习方法相结合, 其效果会优于单纯两种

统计模型的结合, 如“PCA+LDA”. 另外, 在实验中, LST 取得了比 DCT 和 DWT 更好的实验结果, 这得益于 LST 是从优化问题诱导而来.

## 参考文献

- 1 Zhao W, Chellappa P J R, Rosenfeld A. Face recognition: a literature survey. *ACM Comput Surv*, 2003, 35: 399–458
- 2 Adini Y, Moses Y, Ullman S. Face recognition: the problem of compensating for illumination changes. *IEEE Trans Patt Anal Mach Intell*, 1997, 19: 721–732
- 3 Brunelli R, Poggio T. Face recognition: features versus templates. *IEEE Trans Patt Anal Mach Intell*, 1993, 15, 1042–1053
- 4 Kirby M, Sirovich L. Application of the kl procedure for the characterization of human faces. *IEEE Trans Patt Anal Mach Intell*, 1990, 12: 103–108
- 5 Turk M, Pentland A. Eigenfaces for recognition. *J Cognit Neurosci*, 1991, 3: 71–86
- 6 Kwak N, Choi C, Ahuja N. Face recognition using feature extraction based on independent component analysis. In: *Proceedings of International Conference on Image Processing*, vol. 2, 2002. 337–340
- 7 Duda R, Hart P. *Pattern Classification and Scene Analysis*. New York: Wiley, 1973
- 8 Belhumeur P N, Hespanha J P, Kriegman D J. Eigenfaces versus fisherfaces: Recognition using class specific linear projection. *IEEE Trans Patt Anal Mach Intell*, 1997, 19: 711–720
- 9 Yang M. Kernel eigenfaces vs. kernelfisherfaces: face recognition using kernel methods. In: *Proceedings of 15th IEEE Int. Conf. Automatic Face and Gesture Recognition (RGR' 02)*, 2002. 215–220
- 10 He X F, Yan S C, Hu Y, et al. Face recognition using Laplacianfaces. *IEEE Trans Patt Anal Mach Intell*, 2005, 27: 328–340
- 11 Yan S C, Xu D, Zhang B, et al. Graph embedding and extensions: A general framework for dimensionality reduction. *IEEE Trans Patt Anal Mach Intelle*, 2007, 29: 40–51
- 12 Chen H T, Chang H W, Liu T L. Local discriminant embedding and its variants. In: *IEEE Conf. Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR05)*. San Diego, 2005, 2. 846–853
- 13 Hafed Z M, Levine M N. Face recognition using the discrete cosine transform. *Int J Comput Vis*, 2001, 43: 167–188
- 14 Yu M, Yan G, Zhu Q W. New face recognition method based on dwt/dct combined feature selection. In: *Proc. 5th International Conf. Machine Learning and Cybernetics*. Dalian, 2006. 13–16
- 15 Dai D Q, Yuen P. Wavelet based discriminant analysis for face recognition. *Appl Math Comput*, 2006, 175: 307–318
- 16 hou D, Yang X. Face recognition using enhanced fisher linear discriminant model with facial combined feature. *PRICAI*, 2004, 3157: 769–777
- 17 Er M J, Chen W, Wu S. High-speed face recognition based on discrete cosine transform and rbf neural networks. *IEEE Trans Neural Netw*, 2005, 16: 679–691
- 18 Roweis S, Saul L. Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding. *Science*, 2000, 290: 2323–2326
- 19 Bai Z, Demmel J, Dongarra J, et al. *Templates for the Solution of Algebraic Eigenvalue Problems: A Practical Guide*. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2000
- 20 Samaria F, Harter A. Parameterisation of a stochastic model for human face identification. In: *2nd IEEE Workshop on Applications of Computer Vision*. Sara-sota, 1994. 138–142
- 21 Phillips P J, Moon H, Rauss P J, et al. The FERET evaluation methodology for face recognition algorithms. *IEEE Trans Patt Anal Mach Intell*. 2000, 22: 1090–1104
- 22 Beveridge R, Bolme D, Teixeira M, et al. *The CSU Face Identification Evaluation System Users Guide: Version 5.0*. Fort Collins: Colorado State Univ., 2003

# Laplacian smoothing transform for face recognition

Gu SuiCheng<sup>1,2</sup>, Tan Ying<sup>1,2\*</sup> & He XinGui<sup>1,2</sup>

*1 Department of Machine Intelligence, School of Electronics Engineering and Computer Science, Peking University, Beijing 100871, China;*

*2 Key Laboratory of Machine Perception (MOE), Peking University, Beijing 100871, China*

\*E-mail: ytan@pku.edu.cn

**Abstract** In this paper, we investigate how to extract the lowest frequency features from an image. A novel laplacian smoothing transform (LST) is proposed to transform an image into a sequence, by which low frequency features of an image can be easily extracted for a discriminant learning method for face recognition. Generally, the LST is able to be a efficient dimensionality reduction method for face recognition problems. Extensive experimental results show that the LST method performs better than other pre-processing methods, such as discrete cosine transform (DCT), principal component analysis (PCA) and discrete wavelet transform (DWT), on ORL, Yale and PIE face databases. Under the leave one out strategy, the best performance on the ORL and Yale face databases is 99.75% and 99.4%, however, in this paper, we improve both to 100% with a fast linear feature extraction method for the first time.

**Keywords** Laplacian smoothing transform (LST), face recognition, principal component analysis (PCA), discrete cosine transform (DCT), discrete wavelet transform (DWT), linear discriminant analysis (LDA)